

内 容 简 介

本书作者是中学物理特级教师,长期在重点中学的一线从事资优学生的物理培训与辅导工作,培养了多名亚洲中学生物理奥赛与国际中学生物理奥赛的金牌得主.本书是作者在进行多年自主招生辅导的基础上,参阅历年各重点大学自主招生的考试内容而编著的一本教学讲义.本书针对自主招生考试的内容,在中学常规教学内容的基础上进行了相应的知识与能力的补充,用相应的例题阐述了知识的应用与解题方法的选择.同时,书中给出了一定数量的训练习题,并提供了参考解答,让学生在自主招生考试的准备过程中,不仅方向明确,还可以巩固学到的知识.

本书可作为广大有志于参加重点大学自主招生的中学生的学习用书,也可作为中学物理教师的教学参考用书.

图书在版编目(CIP)数据

重点大学自主招生物理培训讲义/江四喜编著. —合肥:中国科学技术大学出版社,2015.2
ISBN 978-7-312-03617-0

I. 重… II. 江… III. 中学物理课—高中—升学参考资料 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 302518 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,230026
<http://press.ustc.edu.cn>
<http://shop109383220.taobao.com>
印刷 安徽省瑞隆印务有限公司
发行 中国科学技术大学出版社
经销 全国新华书店
开本 787 mm×1092 mm 1/16
印张 25.75
字数 627 千
版次 2015 年 2 月第 1 版
印次 2015 年 2 月第 1 次印刷
印数 1—3000 册
定价 50.00 元

序 言

大学的全面扩招,使得读大学有了普惠性,从而导致高考的选拔功能越来越被淡化,也使得高考试题越来越趋于平和,事实上,高考已经在一定程度上模糊了学生之间的差别.然而,高校对优秀学生的青睐并不因为教育部门主观上对学生差别的模糊而淡化,相反,由于大学招生面的扩大,可供选择的学生增多,为了吸引更为优秀的学生,各大学更是想方设法地甄别、选拔优秀的高中毕业生.

自主招生给了各高校更大的招生权力.对于自主招生,虽然原则上提出了要综合考查学生的素质,但在实际操作中,各高校仍然是以文化考试为首选.在理科方面,几乎所有院校都是以数学、物理的文化测试为主,再辅之以面试等,来选拔优秀的学生.所以,对于那些有一定特长而综合实力又略显不足的学生,为了进入自己心仪的大学,好好应对自主招生中相应的文化考试,也就是在展示自己的特长.

有选拔就有应试.研究历年来自主招生的试题特点,对我们应对自主招生考试无疑是有帮助的.纵观近几年各高校自主招生中的物理试题,为了考查学生对知识的掌握程度与能力特征,其所用试题常将大学普通物理、高中奥赛物理和高中课本内容有机融合,其分析推理过程、数学工具运用都与高考试题有较大差别,对学生的选拔达到了知识与能力并举的目的.

多年来,笔者一直承担学校优秀学生应对自主招生考试的辅导与教学工作,时刻关注着各重点大学自主招生考试的内容与走向,编写了一整套适用于自主招生备考学习的讲义与训练试题,合理而有效地进行了教学.本书即是在本人多年自主招生教学的基础上,对在教学中编写的讲义与训练试题进行合理整编而成.

对于本书的特点,作如下的说明:

一、适用对象.由于自主招生是重点大学针对那些有学科特长的学生而进行的,所以,使用本书的前提是你对物理学科高考所要求的常规内容掌握得比较全面,理解得比较透彻.因此,本书适合在重点中学就读、综合成绩排位处于学校前 50%,且有志于参加重点大学自主招生测试的同学使用.当然,也适合进行自主招生辅导与教学的教师作为教材或参考书使用.

二、内容定位.自主招生的试题既不能理解为高考的难题,更不能理解为中

学物理的竞赛试题,能在自主招生中产生区分度的试题几乎都是介于高考难题与竞赛难度之间的试题,而这一内容正是参加自主招生考试的学生需要重点学习的内容.

由于自主招生的培训与学习是在常规教学之外进行的,它不是对常规教学的重复,而是对常规教学的提升,所以,本书直接回避了常规教学所要求的基本内容,而是针对自主招生可能涉及的知识内容进行了相应的提升与补充.这些补充内容既有知识方面,也有能力方面.这一编写方式带来的直觉是,本书有很强的针对性,但并不强调知识的系统性.

三、体例设置.全书共有 42 讲,每一讲均设有 5 个小栏目,其中【知识背景】点明这一讲对常规教学所要求的知识背景;【延伸方向】是通过对往年的自主招生试题进行研究、分析,给出与本讲相关的内容在自主招生试题中可能延伸与拓展的方向;【知识扩展】是针对自主招生试题中可能超出常规教学知识范围的内容进行相关的补充,同时对其涉及的方法也作必要的说明,以期读者通过本书的学习能对自主招生试题内容应对自如;【典例精析】是针对补充的内容与方法,精选例题,给出解析,渗透方法,并作精要点评;【针对训练】是为巩固本讲内容而精选出的训练习题,部分练习题选自近年的自主招生试题.此外,在书后还提供了 6 套模拟测试试卷,供读者自我检测.最后,为了便于同学检查学习效果,在书后附有各讲的针对训练与模拟测试试卷的参考解答.

由于自主招生考试并没有确定的考纲,且不同的学校对学生的要求不同,即便是同一高校,不同年份间的试题难度亦有很大的差别,所以,本书并不能十分确定当年的自主招生试题内容在什么范围内,但大体不会超越常规教学与本书所补充的内容范围.

本书是笔者在学校辅导自主招生考试的教學过程中逐步总结形成的,由于自主招生辅导并没有可供借鉴的资料与权威的教材,可以想象,其选题难免片面,问题与疏漏肯定不少,希望使用本书的读者将发现的问题或更好的建议,发送到邮箱(714537035@qq.com),笔者不胜感激.

最后,感谢您阅读并使用本书.

江四喜

2014 年 11 月于武汉二中

目 录

序言 (i)

* * * * *

第 1 讲 相对运动 (1)

第 2 讲 速度关联 (6)

第 3 讲 抛体运动 (12)

第 4 讲 运动分析 (17)

第 5 讲 摩擦角 (22)

第 6 讲 定轴转动物体的平衡 (27)

第 7 讲 空间力系的平衡 (32)

第 8 讲 多体问题 (38)

第 9 讲 多过程问题 (43)

第 10 讲 以圆周运动为背景的力学问题 (48)

第 11 讲 惯性力 (53)

第 12 讲 万有引力 (59)

第 13 讲 天体运动 (65)

第 14 讲 功能原理 (74)

第 15 讲 动量定理 (80)

第 16 讲 碰撞与反冲 (85)

第 17 讲 动量与能量综合问题 (90)

第 18 讲 振动的判断与周期的计算 (98)

第 19 讲 振动图像与波动图像 (103)

第 20 讲 波特有的几种现象 (108)

第 21 讲 固体与液体的性质 (114)

第 22 讲 气体的性质 (119)

第 23 讲 热辐射 (122)

第 24 讲 热力学定律 (126)

第 25 讲 物态变化 (131)

第 26 讲 电场力的性质 (136)

第 27 讲 电场能的性质 (142)

第 28 讲 电容器 (149)

第 29 讲	带电粒子在电场中的运动	(154)
第 30 讲	含源电路的欧姆定律	(160)
第 31 讲	电路网络的简化	(166)
第 32 讲	物质的导电性	(171)
第 33 讲	磁场对电流的作用	(177)
第 34 讲	带电粒子在磁场中的运动	(182)
第 35 讲	带电粒子在复合场中的运动	(188)
第 36 讲	电磁感应	(194)
第 37 讲	交流电	(202)
第 38 讲	光的基本性质	(212)
第 39 讲	透镜与光学仪器	(217)
第 40 讲	光的波动性	(222)
第 41 讲	光的量子性	(228)
第 42 讲	玻尔原子理论	(233)

* * * * *

模拟测试试卷(一)	(239)
模拟测试试卷(二)	(242)
模拟测试试卷(三)	(245)
模拟测试试卷(四)	(249)
模拟测试试卷(五)	(253)
模拟测试试卷(六)	(257)

* * * * *

针对训练及模拟测试试卷参考答案	(261)
-----------------------	-------

若小球在水平面上,欲使小球恰好落入拱顶的小洞中,求小球的最小初速度及抛出点距 O 的距离.

10.6 质量为 m 的小球用两根长度均为 L 的不可伸长轻线固定在水平杆上,杆对称地固定在以角速度 ω 转动的竖直轴上(如图 10.13 所示),两线之间的夹角为 α .求线的张力.

第 11 讲 惯 性 力

【知识背景】

能在不同的参照系中描述物体的运动,能熟练地计算物体间的相对速度与相对加速度;能熟练地运用牛顿运动定律来处理相关的问题.

【延伸方向】

在自主招生考试中,对牛顿运动定律的应用不再局限于在惯性系中的应用,对于非惯性系,在引入惯性力后,可用牛顿运动定律处理更为复杂的动力学问题,甚至是转动的非惯性系.对此类习题,一定要注意挖掘相对加速度,同时还要能熟练地将非惯性系下求得的相对加速度转换到地面参考系中来,这是对常规教学要求的很大提升.

【知识扩展】

1. 惯性系与非惯性系

牛顿运动定律只在这样的一类参照系中成立:一个不受外力的物体,当它处于静止状态时,它能持续地保持静止状态不变,而当它做匀速直线运动时,它亦能持续匀速直线运动状态不变,像这样的参照系我们称之为惯性系.

严格地讲,在通常情况下寻找完全符合定义的参照系是非常困难的,但经验表明,地面已经是一个相当接近惯性系的参照系.一般情况下,相对地面静止或做匀速运动的参照系可作为惯性系.

对牛顿定律不成立的参照系叫做非惯性参照系.非惯性参照系相对惯性参照系必然做变速运动或旋转运动.

在处理运动学问题时,为求解问题的简便而选择参考系.当然,同一物体相对不同的参考系显示为不同的运动.但在求解动力学问题时,必须选择惯性参考系,否则牛顿运动定律将不成立.

2. 真实力

牛顿第三定律中所说的作用力与反作用力均是指物体间的相互作用力,这些力称为真实力.真实力的存在与否与参照系的选择无关,这就是说,如果某参照系认定某质点不受真

实力的作用,那么,在所有其他参照系中均应认定该质点不受真实力的作用.

牛顿力学规定,在所有的参照系中(不管它是否为惯性参照系),所有的真实力的量度是相同的.

3. 惯性力

(1) 惯性力的引入.

为了在非惯性系中讨论质点动力学问题而保持质点动力学方程的形式不变,为此引入“惯性力”的概念.

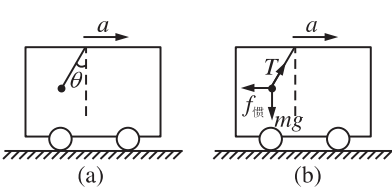


图 11.1

若某一参照系相对于惯性参照系运动时,固定在该参照系上的直角坐标的原点做匀变速直线运动.如图 11.1(a)所示,向右加速运动的小车内有用绳系着的小球,以地面为参照系,小球受到重力 mg 和绳的拉力 T 作用.在这两个力的合力作用下,球随车也做加速运动.若以小车为参考系,小球相对于车是静止的.这不符合牛顿

第二定律,所以加速运动的小车为非惯性系.

当以加速运动的小车为参考系时,如图 11.1(b)所示,设想有一个力 f 作用在小球上,这个力的方向与小车(非惯性)相对于地面(惯性系)的加速度 a 的方向相反,其大小等于小球的质量 m 与加速度 a 的乘积,即 $f_{\text{惯}} = -ma$. 这个力叫做惯性力,以 $f_{\text{惯}}$ 表示.

惯性力与真实力(相互作用力)的区别是值得注意的. 首先,惯性力不是物体间的相互作用,不存在惯性力的反作用力;还有,不论是在惯性系还是在非惯性系中,我们都可以观察到相互作用力,但是,只有在非惯性系中才能观察到惯性力. 也就是说,惯性力没有施力物体.

在转动系统中的惯性力,称之为惯性离心力,这个惯性力的方向总指向远离轴心的方向. 同样,它的大小等于物体的质量 m 与物体所在的非惯性系对惯性系的加速度的乘积,即

$$f = -ma = -m\omega^2 r$$

式中, ω 为坐标系对惯性系转动的角速度, r 为质点对转轴的位置矢量.

注意:

- ① 式中 a 是指非惯性系相对于惯性系的加速度,不是质点相对于非惯性系的加速度,也不是质点相对于惯性系的加速度;
- ② 惯性力作用于物体的质心;
- ③ 惯性力是在该非惯性系中受的假想力,故没有反作用力.

(2) 非惯性系中的牛顿第二定律.

在非惯性系中,质点质量与相对加速度的乘积等于作用在此质点的相互作用力与惯性力的合力,这是牛顿第二定律在非惯性系中的表现形式,即

$$\sum F + f_{\text{惯}} = ma_{\text{相}}$$

式中, $a_{\text{相}}$ 为质点相对于非惯性系的加速度.

4. 牛顿定律的适用范围

牛顿定律和一切物理定律一样,只具有相对的真理性. 也就是说,牛顿定律也有它的适用范围.

以牛顿力学为代表的经典力学是在研究宏观物体的基础上总结出来的规律. 随着生产

和科学技术的发展,19 世纪末和 20 世纪初以来,人们对物质世界的研究深入到原子内部,发现电子、质子、中子等微观粒子不仅具有粒子性,而且具有波动性,它们的运动规律一般不能用牛顿运动定律来解释.二十世纪初期,人们建立了量子力学,用来描述微观粒子的规律性.

经典力学只适用于解决物体的低速运动问题,不能用来处理高速运动问题;经典力学只适用于宏观物体,一般不适用于微观粒子.这就是牛顿定律的适用范围.

【典例精析】

例 11.1 如图 11.2 所示,与水平面成 θ 角的 AB 棒上有一滑套 C ,可以无摩擦地在棒上滑动,开始时与棒的 A 端相距 b ,相对棒静止.当棒保持倾角 θ 不变地沿水平面匀加速运动,加速度为 a (且 $a > g \tan \theta$) 时,求滑套 C 从棒的 A 端滑出所经历的时间.

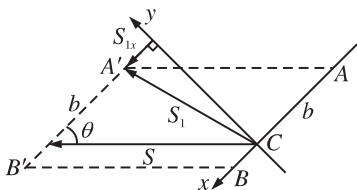


图 11.3

【解析】 解法一 定性绘出符合题意的运动过程图,如图 11.3 所示. S 表示棒的位移, S_1 表示滑套的位移.沿棒与垂直棒建直角坐标系后, S_{1x} 表示 S_1 在 x 方向上的分量.不难看出

$$S_{1x} + b = S \cos \theta \quad (1)$$

设全程时间为 t , 则有

$$S = \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

$$S_{1x} = \frac{1}{2}a_{1x}t^2 \quad (3)$$

而隔离滑套,其受力图如图 11.4 所示,显然有

$$mg \sin \theta = ma_{1x}$$

联立式①~④,可解得

$$t = \sqrt{\frac{2b}{a \cos \theta - g \sin \theta}}$$

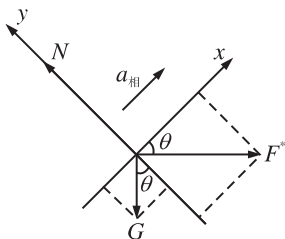


图 11.5

解法二 以棒为参照,此为非惯性系.隔离滑套,引入惯性力,其受力如图 11.5 所示.因滑套相对棒的加速度 $a_{\text{相}}$ 是沿棒向上的,故动力学方程为

$$F^* \cos \theta - mg \sin \theta = ma_{\text{相}} \quad (5)$$

其中

$$F^* = ma \quad (6)$$

而且,以棒为参照,滑套的相对位移 $S_{\text{相}}$ 就是 b ,即

$$b = S_{\text{相}} = \frac{1}{2}a_{\text{相}}t^2 \quad (7)$$

联立式⑤~⑦,解得

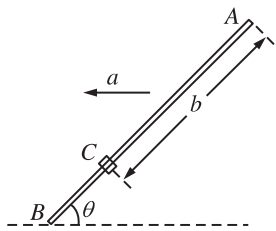


图 11.2

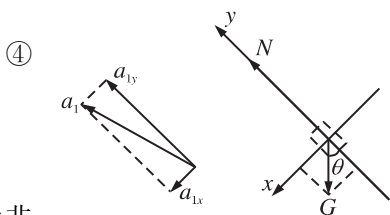


图 11.4

$$t = \sqrt{\frac{2b}{a \cos \theta - g \sin \theta}}$$

从本例我们可以看出,在非惯性系中,即使我们不引入惯性力,问题也是可解的,但如将其与引入惯性力之后的解法相比,无论是过程分析还是运算难度,都会有明显的差别,这也是我们引入惯性力的主要原因.

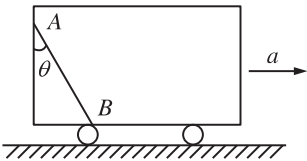


图 11.6

例 11.2 如图 11.6 所示,在以一定加速度 a 行驶的车厢内,有一长为 l 、质量为 m 的棒 AB 靠在光滑的后壁上,棒与车箱底之间的动摩擦因数为 μ . 为了使棒不滑动,棒与竖直平面所成的夹角 θ 应在什么范围内?

【解析】 如以车厢为参照系,引入惯性力后,可以把棒看成处于平衡状态,惯性力的作用点在棒的重心处. 求 θ 的最大值时,棒 AB 的受力如图 11.7 所示,这时 B 端所受摩擦力的方向水平向左,且达最大静摩擦力,以 A 点为轴,根据力矩平衡条件,有

$$ma \frac{l}{2} \cos \theta + fl \cos \theta + mg \frac{l}{2} \sin \theta = N_2 l \sin \theta$$

又 $N_2 = mg, f = N_2$, 解得

$$\theta_{\max} = \arctan \frac{a - 2\mu g}{g}$$

求 θ 的最小值时,棒的 B 端所受摩擦力方向水平向右,有

$$ma \frac{l}{2} \cos \theta + mg \frac{l}{2} \sin \theta = fl \cos \theta + N_2 l \sin \theta$$

由此可解得

$$\theta_{\min} = \arctan \frac{a + 2\mu g}{g}$$

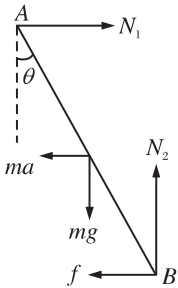


图 11.7

在非惯性系中引入惯性力后,与牛顿运动定律相关的问题,如平衡、力做功等,其讨论方法与在惯性系中完全一样.

例 11.3 一辆质量为 m 的汽车以速度 v 在半径为 R 的水平弯道上做匀速圆周运动. 汽车左、右轮相距为 d , 重心离地的高度为 h , 车轮和路面之间的静摩擦因数为 μ_0 . 求:

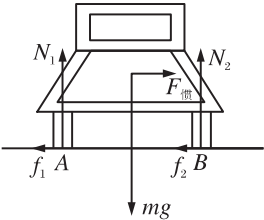


图 11.8

(1) 汽车内、外轮各承受多大支持力?

(2) 汽车能安全行驶的最大速度是多少?

【解析】 (1) 汽车左转弯行驶时,具有的向心加速度为 $a = v^2/R$, 选取一个和汽车一起做圆周运动的参照系,则在汽车的质心处再加上一个惯性离心力 $F_{\text{惯}} = ma = mv^2/R$, 方向向右,这时汽车的受力情况如图 11.8 所示.

以内轮着地点 A 为转轴,由力矩的平衡条件,有

$$mg \frac{d}{2} + F_{\text{惯}} h = N_2 d$$

将 $F_{\text{惯}} = mv^2/R$ 代入上式,得

$$N_2 = \frac{1}{2}mg + \frac{mv^2 h}{Rd}$$

由汽车在竖直方向的受力平衡,有

$$N_1 + N_2 = mg$$

即得

$$N_1 = \frac{1}{2}mg - \frac{mv^2 h}{Rd}$$

(2) 汽车安全行驶时,要求汽车既不向外侧滑动,又不翻倒.

要使汽车不向外侧滑动,必须满足

$$\mu_0 mg \geq m \frac{v^2}{R}$$

得 $v \leq \sqrt{\mu_0 g R}$, 故汽车不向外侧滑动允许的最大速度为 $v_{m1} = \sqrt{\mu_0 g R}$.

另一方面,若使汽车不翻倒,应满足

$$N_1 \geq 0 \quad \text{即} \quad \frac{1}{2}mg - \frac{mv^2 h}{Rd} \geq 0$$

得 $v \leq \sqrt{dRg/(2h)}$, 故汽车不翻倒的最大速度 $v_{m2} = \sqrt{dRg/(2h)}$.

所以,汽车能安全行驶的最大速度应满足:

若 $v_{m1} \geq v_{m2}$, 则 $v_m = \sqrt{dRg/(2h)}$; 若 $v_{m1} < v_{m2}$, 则 $v_m = \sqrt{\mu_0 g R}$.

转动的参照系一定是非惯性系,在转动系中讨论动力学问题时,一定不要忘记引入惯性力,而且,还应注意,在同一转动参照系中,物体在不同的位置(离转轴的距离),其所受到的惯性力也不相同,这一点与平动非惯性系是有区别的.

这里还再强调一点,在不同的参照系中描述同一个物体的运动时,并不需要引入其他量,只是在不同的参照系中,同一物体运动的描述方式并不相同,但这并不影响它们的结果.

【针对训练】

11.1 如图 11.9 所示,固定在水平面上的光滑斜面的倾角 $\alpha = 30^\circ$,三角块 B 重 P_2 ,左底角 $\beta = 60^\circ$,物块 C 重 P_1 ,若 B 、 C 间因摩擦而相对静止,则运动中 C 对 B 的压力大小是多少?

11.2 如图 11.10 所示,质量为 M 的光滑三角劈,倾角为 α ,其顶点固定一个小滑轮,摩擦不计.一个质量为 m 的物块用绳子连接,绳一端固定在竖直墙上,物块跨过滑轮放在三角劈

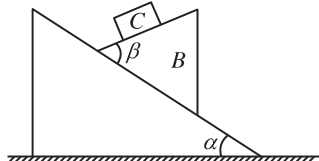


图 11.9

上. 求系统加速运动时三角劈的加速度 a_M .

11.3 如图 11.11 所示, 长为 $2l$ 的轻绳, 两端各系一个质量为 m 的小球, 中央系一个质量为 M 的小球, 三球均静止于光滑的水平面上, 绳处于拉直状态, 三球在一直线上. 今给小球 M 一瞬时冲量使之获得水平初速度 v_0 , v_0 的方向与绳垂直. 求在两端的小球发生碰撞前且绳与原方向成 θ 角时绳中的张力 T .

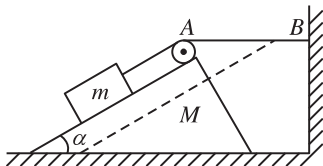


图 11.10

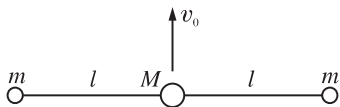


图 11.11

11.4 长度分别为 l_1 和 l_2 的不可伸长的轻绳悬挂着质量都是 m 的两个小球 (如图 11.12 所示), 它们处于静止状态, 中间的小球 m_1 突然受到水平方向的冲击, 瞬间获得水平向右的速度 v_0 , 求此时连接 m_2 的绳上的拉力 T 为多少?

11.5 如图 11.13 所示, 在一根没有重力、长度为 l 的棒的中点与端点上分别固定了质量为 m 和 M 的小球, 棒沿竖直轴用铰链连接, 棒以角速度 ω 匀速转动, 试求棒与竖直轴线间的夹角 θ .

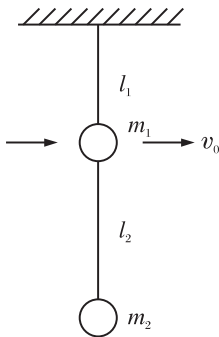


图 11.12

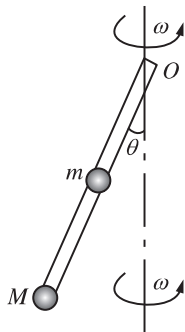


图 11.13

11.6 一个质量为 m 的小物体, 放在半径为 R 的半球顶上, 设半球面光滑, 初始时它们之间相对静止, 如图 11.14 所示. 求在下列情况中物体 m 离开球面时, 它距半球底面的距离 (可用图中的角 α 表示).

- (1) 半球以 10 m/s 的速度匀速上升;
- (2) 半球以 $a = g/4$ 的加速度匀加速向右运动.

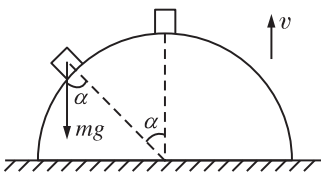
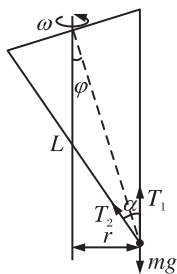


图 11.14

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v_0} = \frac{v \cos \theta}{v_0} = \frac{2\sqrt{3}}{9} \quad \text{即} \quad \alpha = \arccos \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

落地点距半球中心 O 点的距离为

$$x = R \sin \theta + v \cos \theta \cdot \frac{v_0 \sin \alpha - v \sin \theta}{g} = \frac{5\sqrt{5} + 4\sqrt{23}}{27} R = 1.12R$$



答图 10.3

10.6 作用在小球上的力如答图 10.3 所示:重力 mg 、两线张力 T_1 和 T_2 . 两线所在平面与转动轴之间夹角用 φ 表示. 由于轴匀速转动, 所以小球运动轨迹为位于水平面上的圆周. 这一圆周的半径 $r = L \cos(\alpha/2) \sin \varphi$. 两线对称分布, 它们张力大小相等, 即 $T_1 = T_2 = T$. 根据牛顿第二定律分别列出小球在水平方向和竖直方向的运动方程:

$$2T \cos \frac{\alpha}{2} \sin \varphi = m\omega^2 r \quad (1)$$

$$mg - 2T \cos \frac{\alpha}{2} \cos \varphi = 0 \quad (2)$$

由式②可得

$$T = \frac{mg}{2 \cos(\alpha/2) \cos \varphi} \quad (3)$$

在轴转动角速度为任何值的情况下 ($\cos \varphi \leq 1$), 均应有

$$T \geq \frac{mg}{2 \cos(\alpha/2)}$$

由式①可得

$$\omega^2 = \frac{2T}{mL} \quad (4)$$

所以, 当

$$\omega^2 \leq \omega_0^2 = \frac{g}{L \cos(\alpha/2)}$$

时, 两线所在平面应该没有偏离竖直线, 因此有

$$T = \frac{mg}{2 \cos(\alpha/2)}$$

如果 $\omega > \omega_0$, 那么 $\varphi \neq 0$, 且由式④可得

$$T = \frac{m\omega^2 L}{2}$$

第 11 讲 惯性力

11.1 以 B 、 C 为整体对象, 由牛顿运动定律易知, 整体下滑的加速度为

$$a = g \sin \alpha = g \sin 30^\circ = \frac{1}{2}g$$

再以 B 为参照, 这是非惯性系, 此时物块 C 受重力、弹力、摩擦力与惯性力, 由 B 、 C 相

对静止,有

$$P_1 \cos(\beta - \alpha) - P_1 \frac{a}{g} \sin \beta - N = 0$$

所以,有

$$N = \frac{\sqrt{3}}{4} P_1$$

由牛顿第三定律可知, C 对 B 物的压力大小为 $\sqrt{3}P_1/4$.

11.2 设绳中的张力为 T , m 相对于 M 的加速度为 a' , 由几何关系易知 $a' = a_M$. 对 m , 以 M 为参照, 有

$$mg \sin \alpha + ma_M \cos \alpha - T = ma'$$

对 m 与 M 构成的系统, 在水平方向上, 有

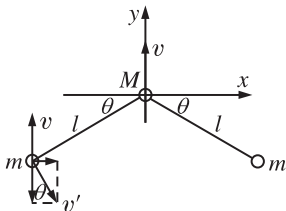
$$T = Ma_M + m(a_M - a' \cos \alpha)$$

解得

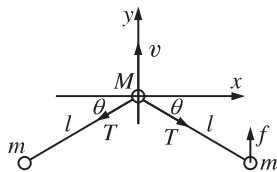
$$a_M = \frac{mg \sin \alpha}{M + 2m(1 - \cos \alpha)}$$

11.3 如答图 11.1 所示, 选 M 为参照系(非惯性系), m 相对于 M 做圆周运动, 设 m 相对于 M 的速度为 v' , 方向垂直于绳. 以 M 为坐标原点, 以绳的初始方向为 x 方向, 建立如答图 11.1 所示的平面直角坐标系, 由对称性知, 两小球 m 在 y 方向的速度相等, 在 x 方向的速度大小相等、方向相反, 以左端的 m 为研究对象, 则有

$$v_x = v' \sin \theta, \quad v_y = v - v' \cos \theta$$



答图 11.1



M 和 m 的受力分析图

答图 11.2

如答图 11.2 所示, 在 y 方向上, 由动量守恒定律

$$Mv_0 = Mv + 2mv_y$$

由机械能守恒定律

$$\frac{1}{2} Mv_0^2 = \frac{1}{2} Mv^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} m(v_x^2 + v_y^2)$$

联立解得

$$v'^2 = \frac{Mv_0^2}{M + 2m \sin^2 \theta}$$

对 M 进行受力分析, 可求得 $a_M = 2T \sin \theta / M$, 方向沿 y 轴的负方向.

研究 m 相对 M 的运动, 为使牛顿运动定律成立, 引入惯性力

$$f = ma_M = \frac{2mT \sin \theta}{M}$$

方向沿 y 轴的正方向. m 相对 M 的径向运动方程为

$$T + f \sin \theta = m \frac{v'^2}{l}$$

联立解得

$$T = \frac{mM^2 v_0^2}{(M + 2m \sin^2 \theta)^2 l}$$

11.4 m_1 由于受固定于 O 点的绳 l_1 的束缚, 将做圆周运动, 此时加速度竖直向上, 指向 O 点, 大小为 $a_1 = v_0^2 / l_1$.

再以 m_1 为参照, 小球 m_2 相对于 m_1 也做圆周运动, 但此时 m_1 为非惯性系, m_2 受到竖直向下的惯性力 $m_2 a_1 = m_2 v_0^2 / l_1$.

对于 m_2 , 有

$$T_2 - m_2 g - m_2 a_1 = m_2 \frac{v_0^2}{l_2}$$

解得

$$T_2 = m_2 \left(g + \frac{v_0^2}{l_1} + \frac{v_0^2}{l_2} \right)$$

11.5 选取随杆绕轴转动的坐标系为参考系, 则 m 与 M 受到的惯性力分别为 $(m\omega^2 l \sin \theta) / 2$ 和 $M\omega^2 l \sin \theta$, 方向均垂直于转轴向外.

在该参考系内, m 与 M 均是静止的, 杆对于 O 点处于力矩平衡状态, 于是有

$$mg \frac{l}{2} \sin \theta + Mgl \sin \theta - m\omega^2 \frac{l}{2} \sin \theta \frac{l}{2} \cos \theta - M\omega^2 l \sin \theta l \cos \theta = 0$$

解得

$$\omega = \sqrt{\frac{m + 2M}{(m + 4M) \cos \theta}} \sqrt{\frac{2g}{l}} \quad \text{即} \quad \theta = \arccos \frac{2(m + 2M)g}{(m + 4M)\omega^2 l}$$

讨论: 当 $\frac{2(m + 2M)g}{(m + 4M)\omega^2 l} \leq 1$, 即 $\omega \geq \sqrt{\frac{2(m + 2M)g}{(m + 4M)l}}$ 时, $\theta = \arccos \frac{2(m + 2M)g}{(m + 4M)\omega^2 l}$;

当 $\frac{2(m + 2M)g}{(m + 4M)\omega^2 l} > 1$, 即当 $\omega < \sqrt{\frac{2(m + 2M)g}{(m + 4M)l}}$ 时, $\theta = 0$.

11.6 先讨论半球静止时的情况. 小物体滑至如图 11.14 所示位置时, 设其速度为 v , 小物体与球面间的作用力为 N , 则由机械能守恒, 有

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR(1 - \cos \alpha)$$

由牛顿运动定律, 有

$$mg \cos \alpha - N = \frac{mv^2}{R}$$

m 离开球面时的临界状态为 $N = 0$. 则当 $\cos \alpha = 2/3$ 即小物体滑至 $\alpha = \arccos(2/3)$ 的位置时, 离开球面.

(1) 当半球以 10 m/s 的速度匀速上升时, 以半球为参考系, 其情形与前面所讨论的情况

一致,所以,小物体滑至 $\alpha = \arccos(2/3)$ 的位置时,离开球面。

(2) 在以半球为参照的参考系中,小物块还受到向左的惯性力的作用,此时系统等效于在一个 $g' = \sqrt{a^2 + g^2} = \sqrt{17}g/4$ 的力场中运动,球面的“顶”在答图 11.3 中的 A 处, θ 满足

$$\tan \theta = \frac{1}{4}$$

显然,物体只能向左滑下,当滑至角 α 位置时,由机械能守恒,有

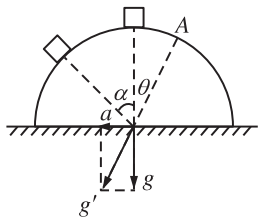
$$\frac{1}{2}mv^2 = mg'R[\cos \theta - \cos(\alpha + \theta)]$$

由牛顿运动定律,有

$$mg' \cos(\alpha + \theta) - N = \frac{mv^2}{R}$$

同样, m 离开球面时的临界状态为 $N = 0$. 由此可解得

$$\cos \alpha = 0.711 \quad \text{或} \quad \cos \alpha = 0.587 (\text{舍去, 这对应于 } A \text{ 点右侧的临界点})$$



答图 11.3

第 12 讲 万有引力

12.1 气球静止在空中,随地球一起运动,气球绕地球运动的周期等于地球自转的周期,气球在万有引力和浮力的作用下绕地球做匀速圆周运动,其合力指向地心,且气球所受的引力大于浮力,选项 B、D 正确。

12.2 由万有引力定律和牛顿第二定律可得

$$G \frac{Mm}{r^2} = ma, \quad G \frac{Mm}{R^2} = mg$$

联立解得“神舟八号”在对接时的向心加速度为 $a = gR^2/r^2$, 选项 A 错误;

由 $GMm/r^2 = m\omega^2 r$ 和 $GMm/R^2 = mg$ 联立,解得“神舟八号”在对接时的角速度 $\omega = \sqrt{gR^2/r^3}$, 选项 B 正确;

由 $\omega = 2\pi/T$ 可得“神舟八号”在对接时的周期为 $T = 2\pi \sqrt{r^3/(gR^2)}$, 选项 C 错误;

由 $GMm/r^2 = mv^2/r$ 、 $GMm/R^2 = mg$ 和 $E_k = mv^2/2$, 联立,解得“神舟八号”在对接时的动能 $E_k = mgR^2/2r$, 选项 D 正确. 故本题正确的选项为 B、D。

12.3 设地面上一个物体的质量为 m , 地球质量为 M_1 , 半径为 R_1 , 由重力等于万有引力,得

$$G \frac{M_1 m}{R_1^2} = mg$$

地球绕太阳做匀速圆周运动,设太阳质量为 M_2 , 半径为 R_2 , 地球到太阳的距离为 r , 由万有引力提供向心力,得

$$G \frac{M_1 M_2}{r^2} = M_1 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$$

地球体积 $V_1 = 4\pi R_1^3/3$, 地球密度 $\rho_1 = M_1/V_1$; 太阳体积 $V_2 = 4\pi R_2^3/3$, 太阳密度 $\rho_2 =$